DEVOIR SURVEILLÉ # 2
le Samedi 11/10/2019, 3 heures

Consignes

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie. Les abréviations, sigles ou phrases nominales sont à proscrire. La numérotation des exercices (et des questions) doit être respectée et mise en évidence. Les résultats doivent être encadrés proprement.
Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il convient de le signaler sur la copie et de poursuivre la composition en expliquant les raisons des initiatives qui ont été prises.

Remarque inhibitrice de stress : le sujet est bien évidemment trop long pour trois heures.

Problème

Partie I— Trigonométrie hyperbolique.

Dans cette partie, on étudie les fonctions *cosinus hyperbolique* et *sinus hyperbolique* respectivement notée ch et sh et définie sur $\mathbf{R}$ par

$$\operatorname{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \qquad \operatorname{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

1 — Étudier les variations de ch et sh sur $\mathbf{R}$. Dresser leur tableau de variations complets.

2 — Déterminer les développements limités à l'ordre $n \in \mathbf{N}^\star$ de ch et sh au voisinage de zéro.

3 — Montrer que sh définit une bijection de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$. Sa bijection réciproque est notée argsh.

4 — *(Tracé de argsh, première version)* Quel est le lien entre le graphe de sh et celui de argsh ? Proposer quelques commandes Python à la volée[2] pour tracer le graphe de argsh.

5 — Montrer que argsh est continue et strictement croissante sur $\mathbf{R}$.

6 — 6.1. Démontrer que : $\forall x \in \mathbf{R}, \quad \operatorname{ch}^2(x) - \operatorname{sh}^2(x) = 1.$

6.2. En déduire que : $\forall y \in \mathbf{R}, \quad \operatorname{ch}(\operatorname{argsh}(y)) = \sqrt{y^2+1}.$

6.3. Montrer que argsh est dérivable sur $\mathbf{R}$ et que : $\forall y \in \mathbf{R}, \quad \operatorname{argsh}'(y) = \frac{1}{\sqrt{y^2+1}}.$

6.4. En déduire que argsh est de classe C^∞ sur $\mathbf{R}$.

7 — Calculer la dérivée de $f : y \mapsto \ln(y + \sqrt{y^2+1})$ sur $\mathbf{R}$.
En déduire que : $\forall y \in \mathbf{R}, \quad \operatorname{argsh}(y) = \ln(y + \sqrt{y^2+1}).$

8 — Dans cette question, on souhaite retrouver l'expression précédente de argsh par un calcul direct.

2. *i.e.*sans forcément utiliser une fonction.

8.1. Soit y un nombre réel fixé. Résoudre l'équation $y = \mathrm{sh}\,(x)$ en x. *On pourra essayer de faire apparaître une équation du second degré en e^x.*

8.2. En déduire que : $\forall y \in \mathbf{R}, \quad \mathrm{argsh}\,(y) = \ln(y + \sqrt{y^2+1})$.

8.3. ***(Tracé de argsh, seconde version)*** Déduire une deuxième méthode pour tracer le graphe de argsh.

Partie II— Espace engendré par les fonctions trigonométriques & hyperboliques.

Dans cette partie, on considère le $\mathbf{R}$-espace vectoriel $\mathcal{C}^\infty(\mathbf{R}, \mathbf{R})$, et on pose :

$$\mathcal{B} = (\sin, \cos, \mathrm{sh}\,, \mathrm{ch}\,), \quad \mathrm{V} = \mathrm{Vect}(\mathcal{B}).$$

9 — 9.1. Montrer que $\mathcal{B}$ est une base de V. *<u>Indication :</u> On pourra former des développements limités à l'ordre trois.*

9.2. Montrer que si $f \in \mathrm{V}$ alors $f' \in \mathrm{V}$.

10 — On considère alors l'application linéaire D $\left| \begin{array}{ccc} \mathrm{V} & \longrightarrow & \mathrm{V} \\ f & \longmapsto & f' \end{array} \right.$, on ne demande pas de justifier la linéarité, et on note M sa matrice dans la base $\mathcal{B}$.

10.1. Déterminer la matrice de D dans $\mathcal{B}$.

10.2. En déduire que D est un automorphisme et calculer la matrice de D^{-1} dans $\mathcal{B}$.

10.3. Quelle est la matrice de la fonction $\sin + \cos + \mathrm{sh} + \mathrm{ch}$ dans la base $\mathcal{B}$? Expliquer comment trouver une primitive de ladite fonction à l'aide de D^{-1}.

Partie III— Étude d'un point fixe.

On définit dans cette partie une fonction f par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\mathrm{sh}\,(x)} & \text{si } x \neq 0, \\ 1 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

11 — Étudier la parité de f.

12 — Montrer que f est continue en zéro.

13 — Justifier que f est dérivable sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbf{R}^*$.

14 — A l'aide d'un développement limité de f à l'ordre un, montrer que f est dérivable en zéro et déterminer $f'(0)$.

15 — On pose pour $x \geq 0, \quad h(x) = \mathrm{sh}\,(x) - x\,\mathrm{ch}\,(x)$. Étudier les variations de h et en déduire le signe de $h(x)$.

16 — Étudier les variations de f sur $\mathbf{R}_+$ et donner l'allure de sa courbe représentative sur $\mathbf{R}$ tout entier.

17 — Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α dans $\mathbf{R}$ et donner un encadrement de α. *on donne $\mathrm{sh}\,(0.8) \approx 0.89$ et $\mathrm{sh}\,(1) \approx 1.18$.*

18 — Écrire une fonction Python `DichoPointfixef` sans paramètre permettant de calculer et d'afficher une valeur approchée de α à 0.01 près par dichotomie.

Partie IV— Le problème de la chaînette.

La chaînette est le nom d'une courbe obtenue en tenant une corde à deux extrémités fixées A et B. On considère ici un fil flexible à l'équilibre fixé à deux extrémités A et B situées à la même hauteur.

On considère un repère orthonormé centré en O. Le repère est choisi tel que le point le plus bas de la chaînette soit le point S de coordonnées $(0; a)$ avec a un réel strictement positif, et par commodité, on suppose que les points d'accroche A et B sont d'abscisse respectives -1 et 1.
On considère la fonction f dont la courbe est la chaînette. Le but de cette partie est de trouver l'expression de la fonction f. Nous ferons les hypothèses suivantes :

❶ f est de classe C^∞ sur $[-1;1]$ et strictement positive,

❷ $f(0)=a$, $\quad f'(0)=0$.

19 — Interpréter géométriquement les hypothèses $f(0)=a$ et $f'(0)=0$.

20 — On admet que des considérations physiques permettent de démontrer que f est solution de l'équation différentielle $y''=\dfrac{1}{a}\sqrt{1+y'^2}$. On pose alors $z=f'$ dans toute la suite.

20.1. Écrire l'équation différentielle du premier ordre, notée (E) dans toute la suite, dont z est solution.

20.2. Calculer la dérivée de $\operatorname{argsh}(z)$ en fonction de z et z'.

20.3. En déduire que : $\quad \forall x \in [-1;1], \quad z(x)=\operatorname{sh}\left(\frac{x}{a}\right)$.

20.4. En déduire que : $\quad \forall x \in [-1;1], \quad f(x)=a\operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$.

21 — On va retrouver l'expression de f d'une autre manière.

21.1. En dérivant l'équation (E). Montrer que z est solution de l'équation différentielle $\quad$ (F) : $z''=\frac{1}{a^2}z$.

21.2. Résoudre cette équation différentielle et retrouver ainsi l'expression de f en prenant en compte des conditions initiales.

22 — La courbe d'une chaînette ressemble à celle d'une fonction usuelle. Par quelle fonction usuelle pensez-vous pouvoir approcher la courbe de f ?

Partie V— Méthode numérique.

Dans la suite on considère que $a=1$. On veut ici étudier une méthode d'approximation numérique des solutions de l'équation (E) : $z'=\sqrt{1+z^2}$, $\quad z(0)=0\quad$ sur l'intervalle $[0;1]$ à l'aide de la méthode d'Euler.

Soit $N\in\mathbf{N}^*$. On pose, pour tout i entier compris entre 0 et N, $t_i=\frac{i}{N}$. On a ainsi construit une subdivision de l'intervalle $[0;1]$ de pas $h=\frac{1}{N}$. Les approximations fournies par la méthode d'Euler seront notées z_i.

23 — Prouver que pour tout $i\in[\![0;N-1]\!]$, $\quad z_{i+1}=h\sqrt{1+z_i^2}+z_i$.

24 — Proposer une fonction en Python qui prend en argument N et qui renvoit une liste contenant les $N+1$ valeurs de z_i pour $i\in[\![0;N]\!]$.

25 — À l'aide de la liste précédente proposer un tracé de courbe en Python sur l'intervalle $[0;1]$ qui passe par les points (t_i,z_i).

Correction

■■ *Solution (Problème 0)*

1 — Les fonctions sont dérivables sur $\mathbf{R}$ comme somme et produit de fonctions dérivables. Soit $x \in \mathbf{R}$, alors $\operatorname{ch}'(x) = \operatorname{sh}(x)$ et $\operatorname{sh}'(x) = \operatorname{ch}(x)$. Il nous reste donc à étudier le signe de ch et sh. Soit $x \in \mathbf{R}$, nous avons :

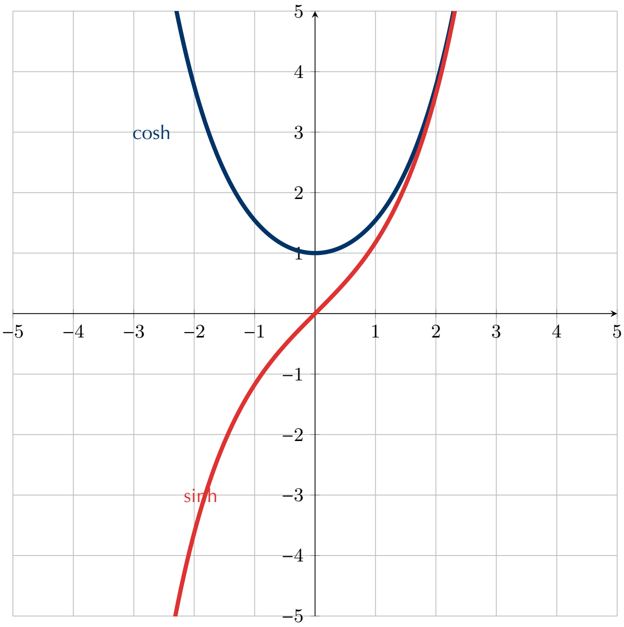
$$\operatorname{sh}(x) \geqslant 0 \iff e^x \geqslant e^{-x} \iff e^{2x} \geqslant 1 \iff x \geqslant 0.$$

Sur $\mathbf{R}^{+\star}$, la fonction sh est donc positive, et négative ailleurs. De plus, ch est positive puisque c'est une somme de deux fonctions positives. On déduit alors les deux tableaux de variation :

$-\infty$	$-\infty$		0		$+\infty$
$\operatorname{sh} x$		$-$	0	$+$	
$\operatorname{ch}(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		$+\infty$
$\operatorname{ch} x$		$+$	
$\operatorname{sh}(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

Puis les graphiques :



2 — Nous connaissons le développement limité de l'exponentielle :

$$e^x \underset{x\to 0}{=} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}x^k + o(x^n), \quad e^{-x} \underset{x\to 0}{=} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}(-1)^k x^k + o(x^n)$$

En sommant, nous obtenons :

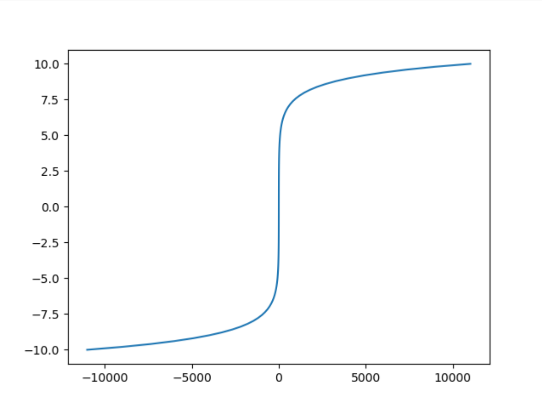
$$\boxed{\operatorname{sh} x \underset{x\to 0}{=} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}(1-(-1)^k)x^k + o(x^n), \quad \operatorname{ch} x \underset{x\to 0}{=} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}(1+(-1)^k)x^k + o(x^n).}$$

Remarque
On constate par exemple que les termes pairs de sh et impairs de ch disparaissent : ceci est normal puisque les deux fonctions possèdent une parité.

3 — La fonction sh est continue et strictement monotone donc réalise, d'après le théorème de la bijection, $\boxed{\text{une bijection de } \mathbf{R} \text{ sur } \mathbf{R}.}$

4 — Le graphe de argsh est le symétrique de celui de sh par rapport à $y = x$. On en déduit alors le script Python ci-dessous.

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
X = np.linspace(-10,10,100)
Y = (np.exp(X)-np.exp(-X))/2
plt.plot(Y,X)
plt.show()
```



5 — La fonction argsh est la bijection réciproque d'une fonction strictement croissante donc est elle aussi $\boxed{\text{strictement croissante}}$, et elle est $\boxed{\text{continue}}$ par théorème de la bijection.

6 — **6.1.** C'est un simple calcul en utilisant une identité remarquable.

6.2. Soit $y \in \mathbf{R}$, alors $\operatorname{ch}(\operatorname{argsh}(y)) = \sqrt{1 - \operatorname{sh}^2(\operatorname{argsh}(y))} = \boxed{\sqrt{1-y^2}}$.

6.3. La fonction argsh est dérivable sur $\mathbf{R}$ puisque $\operatorname{sh}' = \operatorname{ch}$ ne s'annule pas sur $\mathbf{R}$. De plus, toujours d'après le théorème de dérivation d'une bijection réciproque, nous obtenons :

$$\forall y \in \mathbf{R}, \quad \operatorname{argsh}'(y) = \frac{1}{\operatorname{ch}(\operatorname{argsh}(y))} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}.$$

6.4. La fonction $y \longmapsto \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$ étant C^∞ sur $\mathbf{R}$ comme inverse d'une fonction C^∞ qui ne s'annule pas, $\boxed{\text{la fonction argsh est donc } C^\infty.}$

7 — Soit $y \in \mathbf{R}$. Alors : $f'(y) = \frac{1+\frac{y}{\sqrt{y^2+1}}}{y+\sqrt{y^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{y^2+1}} \frac{y+\sqrt{y^2+1}}{y+\sqrt{y^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{y^2+1}}$.

Ainsi $f' = \operatorname{argsh}'$ donc puisque $\operatorname{argsh}(0) = 0 = f(0)$ on déduit que $\boxed{f = \operatorname{argsh}}$.

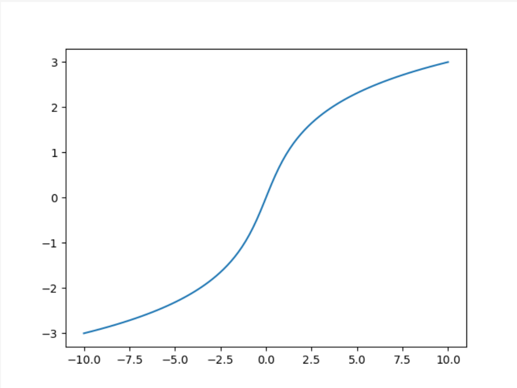
8 — **8.1.** Soit $y \in \mathbf{R}$. Alors

$$y = \operatorname{sh}(x) \iff 2y = e^x - e^{-x} \iff 0 = (e^x)^2 - 2ye^x - 1 = 0 \iff e^x = \frac{2y \pm 2\sqrt{y^2+1}}{2} = y \pm \sqrt{y^2+1}.$$

Car c'est une équation du second degré en e^x de discriminant associé $\Delta = 4y^2 + 4 > 0$.

8.2. Puisque $\sqrt{y^2+1} > y$ et que $e^x > 0$, l'unique solution est alors $x = y + \sqrt{y^2+1}$.

8.3.
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
X = np.linspace(-10,10,100)
Y = np.log(X+np.sqrt(X**2+1))
plt.plot(X,Y)
plt.show()
```



9 — 9.1. Soient $\lambda_1, \ldots, \lambda_4 \in \mathbf{R}$ tels que : $\quad \forall x \in \mathbf{R}, \quad \lambda_1 \cos x + \lambda_2 \sin x + \lambda_3 \operatorname{ch} x + \lambda_4 \operatorname{sh} x = 0.$
Le plus simple est de réaliser un développement limité à l'ordre 3 de chacun des termes. Nous avons :

$$\lambda_1\left(1-\frac{x^2}{2}+o\left(x^3\right)\right)+\lambda_2\left(x-\frac{x^3}{6}+o\left(x^3\right)\right)+\lambda_3\left(1+\frac{x^2}{2}+o\left(x^3\right)\right)+\lambda_4\left(x+\frac{x^3}{6}+o\left(x^3\right)\right)=0.$$

Par unicité du développement limité, nous obtenons par identification :

$$\lambda_1+\lambda_3=0, \quad \lambda_2+\lambda_4=0, \quad -\frac{\lambda_1}{2}+\frac{\lambda_3}{2}=0, \quad -\frac{\lambda_2}{6}+\frac{\lambda_4}{6}=0.$$

D'où l'on tire : $\quad \lambda_i = 0$ pour tout $i \in [\![1\,,\,6]\!]$. La famille est donclibre, et génératrice par construction.
Donc $\boxed{\mathcal{B} \text{ est une base de V.}}$

9.2. Si $f \in V$, alors soient $\lambda_1, \ldots, \lambda_4 \in \mathbf{R}$ tels que : $\quad \forall x \in \mathbf{R}, \quad \lambda_1 \cos x + \lambda_2 \sin x + \lambda_3 \operatorname{ch} x + \lambda_4 \operatorname{sh} x = f(x)$ pour tout $x \in \mathbf{R}$. Alors $f'(x) = -\lambda_1 \sin x + \lambda_2 \cos x + \lambda_3 \operatorname{sh} x + \lambda_4 \operatorname{ch} x$, donc $\boxed{f' \in V}$.

10 — 10.1. En reprenant le calcul précédent, on déduit : $\boxed{M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}$.

10.2. Un calcul d'inverse montre que la matrice est inversible et que $\boxed{M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}$, d'où l'inversibilité de D.

10.3. Notons f la fonction de l'énoncé. Nous avons alors $\boxed{\underset{\mathcal{B}}{\mathcal{M}\mathrm{at}}(f) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$. Alors $M^{-1} \times \underset{\mathcal{B}}{\mathcal{M}\mathrm{at}}(f) = \underset{\mathcal{B}}{\mathcal{M}\mathrm{at}}(D^{-1}(f))$ est donc la matrice d'une fonction g telle que $D(g) = f$, dans la base $\mathcal{B}$, *i.e.*celle d'une primitive de f.

Or, $M^{-1} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ qui est la matrice de $\boxed{\cos - \sin + \operatorname{ch} + \operatorname{sh}}$ dans la base $\mathcal{B}$. On a bien retrouvé une primitive de notre fonction !

11 — Puisque sh est impaire, la fonction f est bien évidemment paire, puisque de plus son domaine de définition est symétrique par rapport à l'origine.

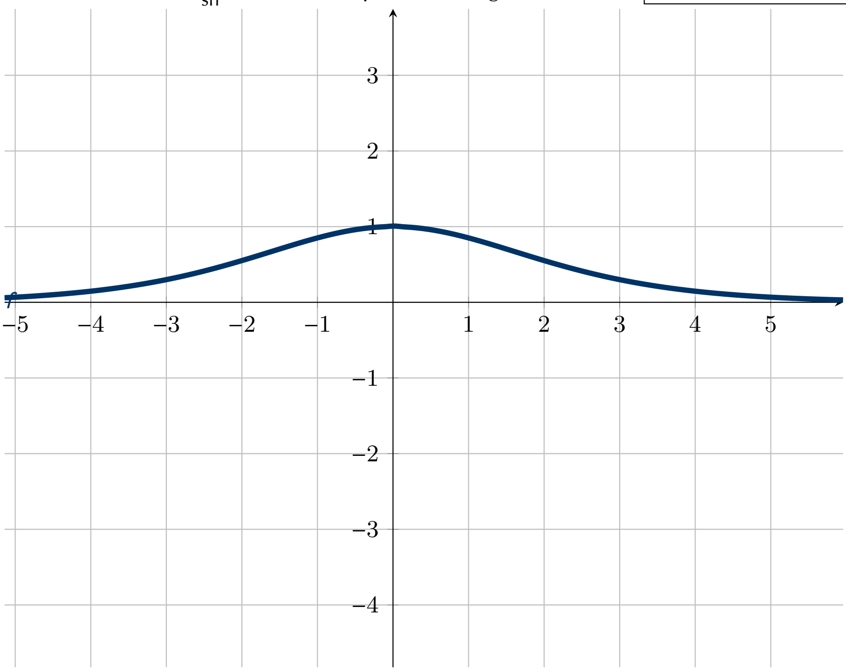
12 — Nous avons $\operatorname{sh} x \underset{x \to 0}{=} x + o(x)$ d'après la partie une, donc $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{sh} x}{x} = 1$. $\boxed{\text{La fonction } f \text{ est donc continue en zéro.}}$

13 — C'est un quotient de fonctions dérivables, et si $x \in \mathbf{R}^\star$, $\boxed{f'(x) = \frac{-x \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x}{\operatorname{sh}^2 x}}$.

14 — Nous avons $\frac{x}{\operatorname{sh} x} = \frac{x}{x + \frac{x^3}{6} + o(x^3)} = \frac{1}{1 + \frac{x^2}{6} + o(x^2)} = 1 - \frac{x^2}{6} + o(x^2)$ lorsque $x \longrightarrow 0$. Donc $\boxed{f \text{ est dérivable en zéro et } f'(0) = 0.}$

15 — Soit $x \geqslant 0$. Alors $h'(x) = \operatorname{ch} x - \operatorname{ch} x - x \operatorname{sh} x = -x \operatorname{sh} x$. On en déduit alors aisément le signe de h' puis les variations de h : $\boxed{h' \text{ est négative sur } \mathbf{R}^+}$ et h est donc décroissante, mais puisque $h(0) = 0$, nous avons $\boxed{h \text{ négative sur } \mathbf{R}^+}$.

16 — Donc comme $f' = \frac{h}{\operatorname{sh}^2}$, on déduit que f' est négative, donc $\boxed{f \text{ est décroissante sur } \mathbf{R}^+}$.



17 — L'équation $f(x) = x$ est équivalente, puisque $x = 0$ n'est pas solution, à $\operatorname{sh} x = 1$. Puisque sh réalise une bijection de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ (déjà montré), $\boxed{\text{il existe une unique solution.}}$ L'énoncé fournit alors l'encadrement $[0,8,1]$.

18 —
```python
def f(x):
        if x==0:
                return 1
        else:
                return x/(np.sinh(x))

def dicho():
    '''
    Retourne une valeur approchée d un zéro de f entre a et b avec précision prec
    '''
    a = 0.8
    b = 1
    while b-a > 10**(-2):
        c = (a+b)/2
        if f(a)*f(c) <= 0:
            b = c
        else:
            a = c
        return a,b
```

19 — La première hypothèse signifie que la chainette passe par le point $(0, a)$, la seconde signifie qu'elle présente une pente horizontale en 0.

20 —**20.1.** Nous avons immédiatement $\boxed{z' = \frac{1}{a}\sqrt{1+z^2}}$.

20.2. Par dérivation d'une composée, nous avons $\operatorname{argsh}(z)' = \frac{z'}{\operatorname{ch}\circ\operatorname{argsh}(z)} = \boxed{\dfrac{z'}{\sqrt{1+z^2}}}$.

20.3. L'équation différentielle en z se réécrit alors : $(\operatorname{argsh}(z))' = \frac{1}{a}$ donc en primitivant de chaque côté : $\forall x \in [-1;1]$, $\operatorname{argsh}(z(x)) = \operatorname{argsh}(z(0)) + \frac{x}{a} = 0 + \frac{x}{a}$, d'où en appliquant sh de chaque côté : $\boxed{z(x) = \operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)}$ pour tout $x \in [-1, 1]$.

20.4. Enfin en primitivant, il existe une constante $C \in \mathbf{R}$: $y'(x) = \operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$, $y(x) = C + a\operatorname{sh}\left(\frac{x}{a}\right)$. Puis comme $y(0) = a = C + a$ nous obtenons alors $C = 0$ et : $\boxed{\forall x \in]-1, 1[, \quad f(x) = a\operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)}$.

21 —**21.1.** La fonction z vérifie $z' = \frac{1}{a}\sqrt{1+z^2}$, donc toute solution est deux fois dérivable et nous avons :

$$z'' = \frac{1}{a}\frac{z'(2z)}{2\sqrt{1+z^2}} = \frac{1}{a}\frac{z'z}{az'} = \boxed{\frac{1}{a^2}z}.$$

21.2. C'est donc une équation différentielle homogène linéaire d'ordre deux à coefficients constants, d'équation caractéristique $r^2 - \frac{1}{a^2} = 0$, donc $z(x) = Ae^{x/a} + Be^{-x/a}$ pour $(A, B) \in \mathbf{R}^2$. Faisons intervenir les conditions initiales :

$$\begin{cases} z(0) &= A + B = a, \\ z'(0) &= \frac{A}{a} - \frac{B}{a} = 0 \end{cases} \iff A = B = \frac{a}{2}.$$

On déduit alors : $\boxed{\forall x \in [-1, 1], \quad z(x) = a\operatorname{ch}\frac{x}{a}.}$

22 — La courbe ressemble à une parabole plus aplatie. On pourrait donc essayer de trouver $(a, b, c) \in \mathbf{R}^3$ tels que $y(x) = ax + bx + c$ satisfasse les conditions de l'exercice.

23 — On approche la dérivée seconde par son taux, plus précisément, si h est petit, toute solution vérifie l'approximation :

$$\frac{z(t+h) - z(t)}{h} \approx \sqrt{1 + z(t)^2}.$$

On introduit alors la suite récurrente vérifiant la relation pour tout entier $i \in [\![0\,,\,N-1]\!]$:

$$\frac{z_{i+1} - z_i}{h} \approx \sqrt{1+z_i^2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{z_{i+1} = z_i + h\sqrt{1+z_i^2}}.$$

24 —

25 —

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def euler(N):
    h = 1/N
    T = np.linspace(0, 1, N+1)
    Z = np.zeros(N+1)
    Z[0] = 1
    for k in range(N):
        Z[k+1] = Z[k] + h * np.sqrt(1+Z[k]**2)
    return T,Z

T,Z = euler(100)
plt.plot(T,Z)
plt.show()
```