

du 16 au 20/09/2019

1 [Maths] Espaces Vectoriels

Les étudiants connaissent depuis la première année l'ensemble des notions pour $E = \mathbf{K}^n$, elles sont généralisées ici. Indulgence pour le moment sur les points d'analyse éventuellement mis en jeu dans les exercices, aucune révision n'a été faite pour le moment.

Rappel : la notion de somme directe et les notions associées (projecteurs, symétries etc.) ne sont pas au programme de BCPST. La représentation matricielle des applications linéaires sera au prochain programme.

- ➔ **Structure d'espace vectoriel.** Définition. Structure d'espace vectoriel d'un produit cartésien, des espaces de fonctions, règles de calcul secondaires dérivant de la définition. Combinaisons linéaires d'une famille finie de vecteurs, d'une famille quelconque. Sous-espace vectoriel. Nombreux exemples avec des vecteurs de \mathbf{R}^n , des suites, des fonctions, des polynômes. Les solutions d'une EDL homogène d'ordre un ou deux forment un espace vectoriel. Intersection d'espaces vectoriels. L'espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs forme un sous-espace vectoriel, et c'est le plus petit sous-espace vectoriel contenant cette famille.
- ➔ **Familles de vecteurs : libres, génératrices et espaces vectoriels de dimension finie, bases.** Notion de coordonnée d'un vecteur dans une base, bases canoniques. Complétion de familles libres, extraction de familles génératrices. Algorithme de la base incomplète et conséquences : théorème de la base extraite/incomplète.
- ➔ **Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.** Comparaison entre le nombre de vecteurs d'une famille libre/génératrice (résultat que nous avons admis). Définition de la dimension, toutes les bases ont même cardinal. Notion de droite, plan et d'hyperplan (pour les espaces vectoriels de dimension finie uniquement). Familles de $\dim E$ vecteurs dans un espace vectoriel de dimension finie E . Dimension d'un produit cartésien. Dimension d'un sous-espace vectoriel. Rang d'une famille de vecteurs comme dimension de l'espace vectoriel engendré (nous n'avons pas encore revu qu'il s'agit du rang de la matrice associée dans une certaine base).
- ➔ **Applications Linéaires.** Notion d'application linéaire entre deux espaces vectoriels. Cas des formes linéaires, endomorphisme identique et homothéties. Détermination des applications \mathbf{C} et \mathbf{R} -linéaires de \mathbf{C} , et des applications \mathbf{K} -linéaires de \mathbf{K}^p dans \mathbf{K}^r . Exemples faisant intervenir des polynômes, fonctions, suites. Restriction, structure d'espace vectoriel de l'ensemble des applications linéaires. Propriétés calculatoires (identité $u^n - v^n$; binôme de Newton). Notion d'image directe, d'image réciproque, image et noyau. Structure d'espace vectoriel de toute image directe/réciproque d'un espace vectoriel. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité à l'aide de l'image/noyau.

Ne pas hésiter à proposer en plus large quantité des exercices spécifiques au programme de 2ème année, notamment les espaces vectoriels de fonctions, de suites, de polynômes.



🔍 **Questions de cours / Exercice typique.**

- ① Définition d'un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel. Exemple (au choix du colleur) de réécriture d'un espace vectoriel donné sous forme d'équations réduites à l'aide d'un Vect.
- ② Définition d'une famille génératrice finie. Preuve du fait que l'intersection de deux sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.
- ③ Soient V un sous-espace vectoriel de E et W un sous-espace vectoriel de F , ainsi que $u \in \mathcal{L}(E, F)$. Écrivez **précise**ment $u(V)$ et $u^{-1}(W)$. Preuve du fait que $u(V)$ est un sous-espace vectoriel de F .

2 [Info] Révisions de première année & Compléments

- ➔ **Rappels généraux.** Reprise des principaux types et notamment les listes.
- ➔ **Syntaxe d'une fonction.** Quelques scripts classiques
- ➔ **Tests logiques et boucles.**

📌 *Scripts de cours.*

- ①  Fonction qui crée la somme des éléments d'une liste. Fonction qui détermine si un élément est présent dans une liste sans utiliser `in`.
 - ②  Fonction qui calcule le maximum d'une liste, et qui renvoie la liste des positions où il est présent.
-

Au programme de la semaine suivante : le calcul matriciel (révisions) et la représentation matricielle des applications linéaires.

du 09 au 13/09/2019

1 [Maths] Espaces Vectoriels

Les étudiants connaissent depuis la première année l'ensemble des notions pour $E = \mathbf{K}^n$, elles sont généralisées ici. Indulgence pour le moment sur les points d'analyse éventuellement mis en jeu dans les exercices, aucune révision n'a été faite pour le moment.

- ➔ **Structure d'espace vectoriel.** Définition. Structure d'espace vectoriel d'un produit cartésien, des espaces de fonctions, règles de calcul secondaires dérivant de la définition. Combinaisons linéaires d'une famille finie de vecteurs, d'une famille quelconque. Sous-espace vectoriel. Nombreux exemples avec des vecteurs de \mathbf{R}^n , des suites, des fonctions, des polynômes. Les solutions d'une EDL homogène d'ordre un ou deux forment un espace vectoriel. Intersection d'espaces vectoriels. L'espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs forme un sous-espace vectoriel, et c'est le plus petit sous-espace vectoriel contenant cette famille.
- ➔ **Familles de vecteurs : libres, génératrices et espaces vectoriels de dimension finie, bases.** Notion de coordonnée d'un vecteur dans une base, bases canoniques.

Ne pas hésiter à proposer en plus large quantité des exercices spécifiques au programme de 2ème année, notamment les espaces vectoriels de fonctions, de suites, de polynômes.

🔍 **Questions de cours / Exercice typique.**

- ① Définition d'un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel. Preuve du fait que $\text{Vect}(x_1, \dots, x_n)$ est le plus petit sous-espace vectoriel de E contenant les vecteurs x_1, \dots, x_n .
- ② Définition d'une famille libre. Preuve du fait que toute famille de polynômes de degrés échelonnés est libre.
- ③ Définition d'une famille génératrice finie. Preuve du fait que l'intersection de deux sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.

2 [Info] ...

Rien pour le moment, tous les étudiants n'ont pas fait le premier TP.

1 du 09 au 13/09/2019